

# Définir le contenu à enseigner

Le but de cette activité est de caractériser le terme de « Transformation de Laplace », en vue d'établir des cartographies utiles à la scénarisation de son enseignement-apprentissage.

En Sciences de l'ingénieur, la transformation de Laplace participe de l'analyse des systèmes asservis. Cette connaissance, empruntée aux mathématiques (\*), est très utilisée par les ingénieurs pour résoudre des équations différentielles et déterminer la fonction de transfert d'un système linéaire.

Ce qui peut être modélisable par un couple (Connaissances K; Tâches T) :

$$(K_{\text{Transformation\_Laplace}} ; T_{\text{Résolution\_équation-différentielle}} + T_{\text{Détermination\_fonction-transfert}})$$

Ce qui renvoie à des compétences modélisables par des couples (Tâches T ; Connaissances K) :

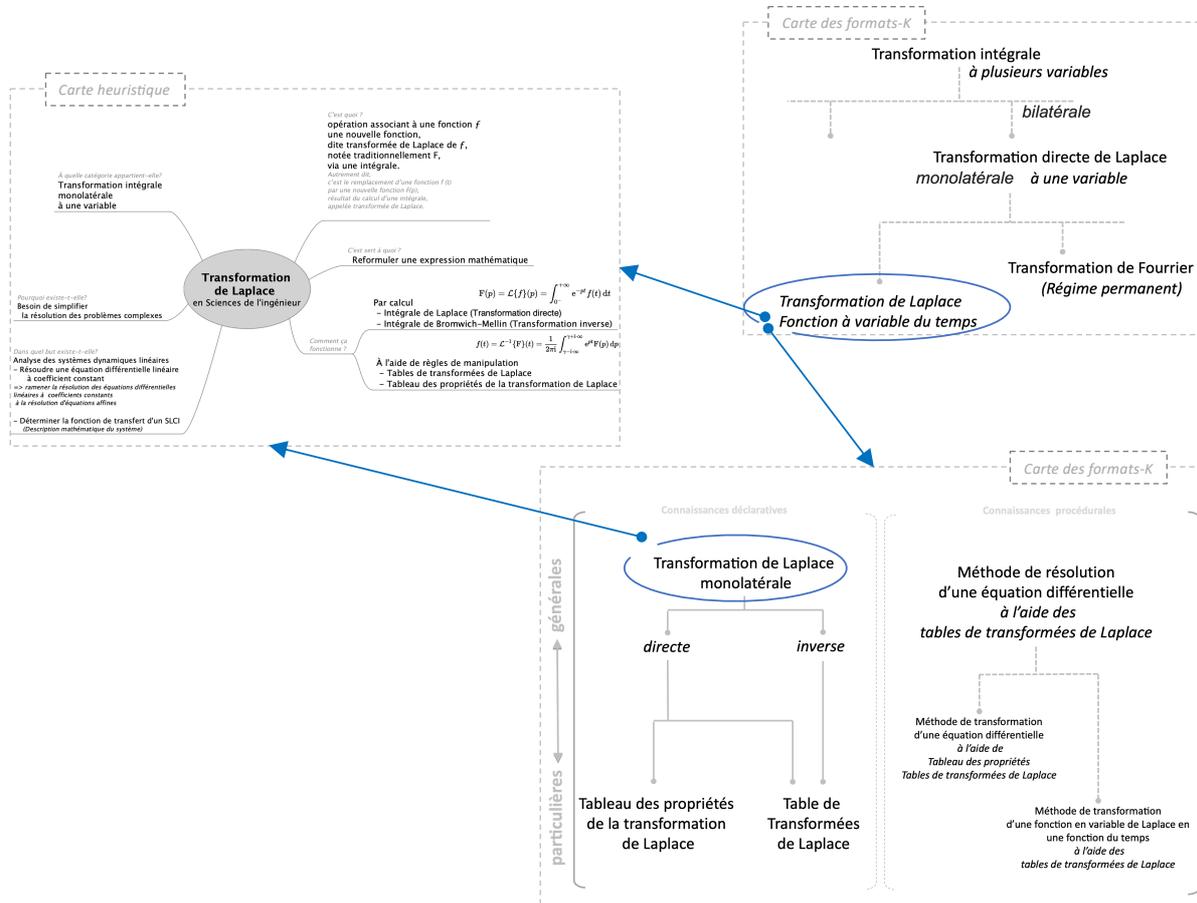
$$(T_{\text{Résolution\_équation-différentielle}} ; K_{\text{Résolution\_équation-différentielle}} + K_{\text{Transformation\_Laplace}})$$

$$(T_{\text{Détermination\_fonction-transfert}} ; K_{\text{Détermination\_fonction-transfert}} + K_{\text{Transformation\_Laplace}})$$

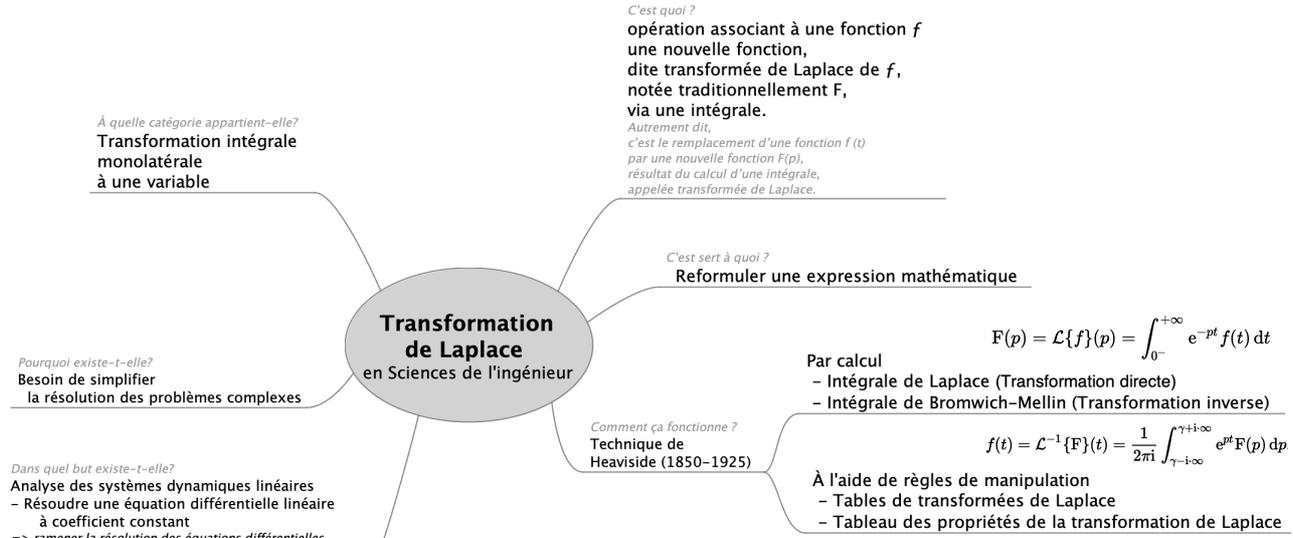
Pour spécifier le *Domaine de connaissances* relevant de la « Transformation de Laplace » permettant de réaliser ces tâches, j'ai cherché à formaliser des structures de connaissance

- dans laquelle s'intègre la connaissance
- caractérisant les formats de connaissances, déclaratif ( $K_{\text{Transformation\_Laplace}}$ ) et procédural ( $K_{\text{pTransformation\_Laplace}}$ ).

Voici les cartes de connaissances respectives ...



(\*): Castela C., Romo Vazquez A. (2011), Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. Recherches en Didactique des Mathématiques, 31(1),79-130.



$$F(p) = \mathcal{L}\{f\}(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Par calcul
- Intégrale de Laplace (Transformation directe)
  - Intégrale de Bromwich-Mellin (Transformation inverse)

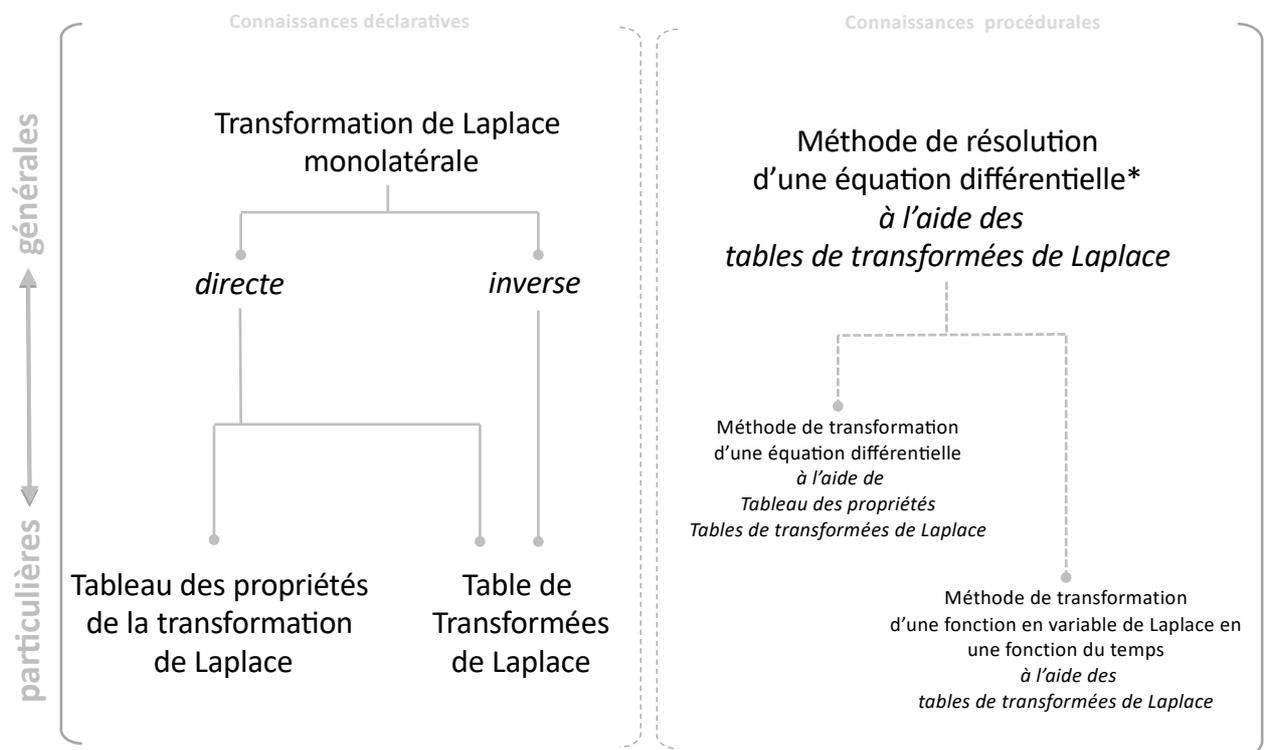
$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F\}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{pt} F(p) dp$$

- À l'aide de règles de manipulation
- Tables de transformées de Laplace
  - Tableau des propriétés de la transformation de Laplace

Intégration  $\int_0^t f(\tau) d\tau = (u * f)(t) \quad \left| \quad \frac{1}{p} F(p) \right.$

Dérivée n-ième de  $f \quad f^{(n)}(t) \quad \left| \quad p^n F(p) - p^{n-1} f(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-) \right.$

| Domaine temporel<br>$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(p)\}$ | Transformée de Laplace<br>$X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ |
|---|--|
| $e^{-\alpha t} \cdot \Upsilon(t)$                     | $\frac{1}{p + \alpha}$                                 |
| $(1 - e^{-\alpha t}) \cdot \Upsilon(t)$               | $\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$                         |
| $\sin(\omega t) \cdot \Upsilon(t)$                    | $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$                        |
| $\cos(\omega t) \cdot \Upsilon(t)$                    | $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$                             |



(\*) : Lire « équation différentielle linéaire à coefficient constant »