

# Définir le contenu à enseigner

Le but de cette activité est de caractériser le terme de « Transformation de Laplace », en vue d'établir des cartographies utiles à la scénarisation de son enseignement-apprentissage.

En Sciences de l'ingénieur, la transformation de Laplace participe de l'analyse des systèmes asservis. Cette connaissance, empruntée aux mathématiques (\*), est très utilisée par les ingénieurs pour résoudre des équations différentielles et déterminer la fonction de transfert d'un système linéaire.

Ce qui peut être modélisable par un couple (Connaissances K; Tâches T) :

( **K<sub>Transformation\_Laplace</sub>** ; **T<sub>Résolution\_équation-différentielle</sub>** + **T<sub>Détermination\_fonction-transfert</sub>** )

Ce qui renvoie à des compétences modélisables par des couples (Tâches T ; Connaissances K) :

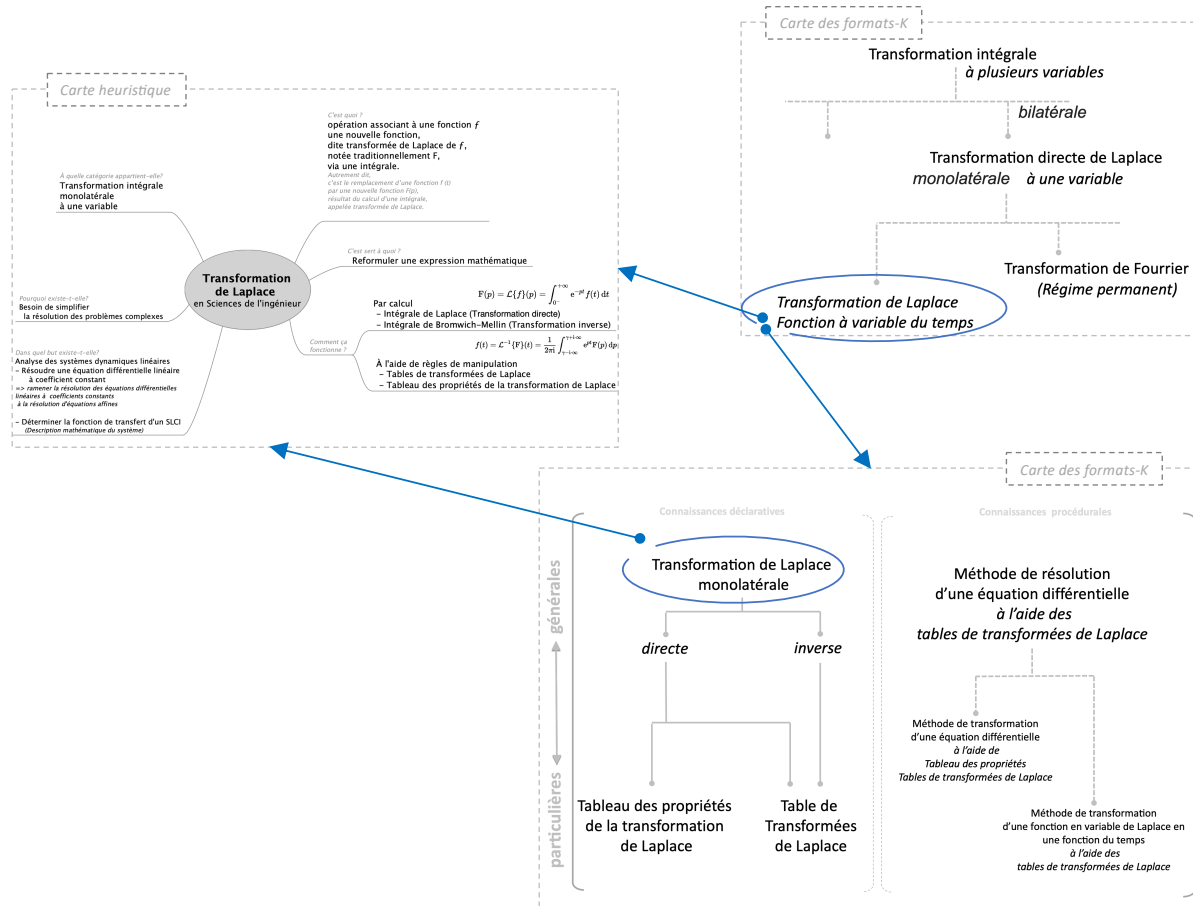
( **T<sub>Résolution\_équation-différentielle</sub>** ; **K<sub>Résolution\_équation-différentielle</sub>** + **K<sub>Transformation\_Laplace</sub>** )

( **T<sub>Détermination\_fonction-transfert</sub>** ; **K<sub>Détermination\_fonction-transfert</sub>** + **K<sub>Transformation\_Laplace</sub>** )

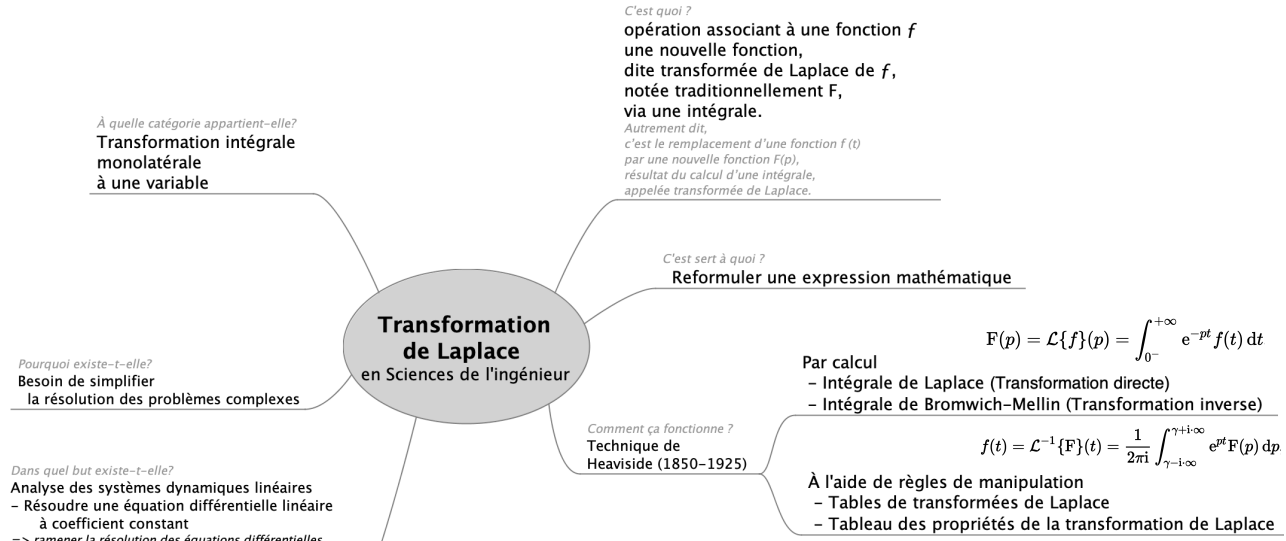
Pour spécifier le *Domaine de connaissances* relevant de la « Transformation de Laplace » permettant de réaliser ces tâches, j'ai cherché à formaliser des structures de connaissance

- dans laquelle s'intègre la connaissance
- caractérisant les formats de connaissances, déclaratif (K<sub>D<sub>Transformation\_Laplace</sub></sub>) et procédural (K<sub>P<sub>Transformation\_Laplace</sub></sub>).

Voici les cartes de connaissances respectives ...



(\*): Castela C., Romo Vazquez A. (2011), Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. Recherches en Didactique des Mathématiques, 31(1),79-130.



$$F(p) = \mathcal{L}\{f\}(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Par calcul
- Intégrale de Laplace (Transformation directe)
  - Intégrale de Bromwich-Mellin (Transformation inverse)

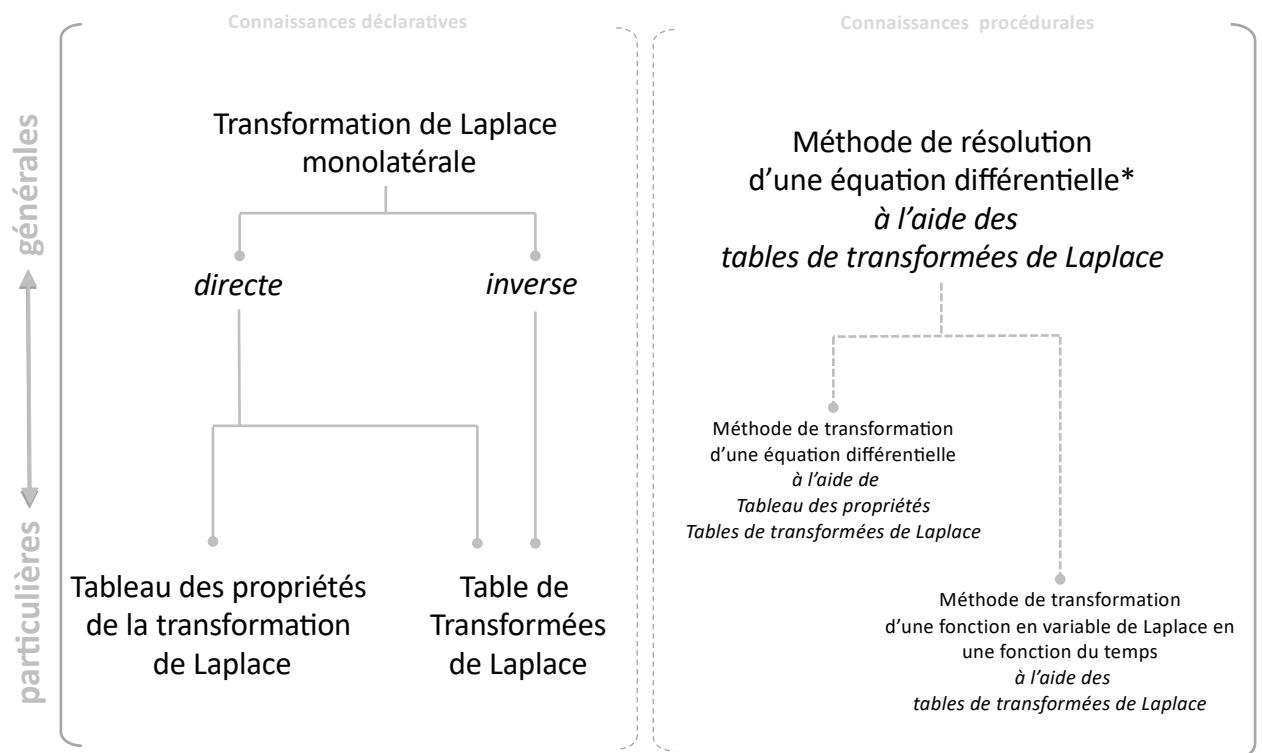
$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F\}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{pt} F(p) dp$$

- À l'aide de règles de manipulation
- Tables de transformées de Laplace
  - Tableau des propriétés de la transformation de Laplace

Intégration  $\int_0^t f(\tau) d\tau = (u * f)(t) \quad \left| \quad \frac{1}{p} F(p) \right.$

Dérivée n-ième de  $f \quad f^{(n)}(t) \quad \left| \quad p^n F(p) - p^{n-1} f(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-) \right.$

Domaine temporel $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(p)\}$	Transformée de Laplace $X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$
$e^{-\alpha t} \cdot \Upsilon(t)$	$\frac{1}{p + \alpha}$
$(1 - e^{-\alpha t}) \cdot \Upsilon(t)$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$
$\sin(\omega t) \cdot \Upsilon(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t) \cdot \Upsilon(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$



(\*) : Lire « équation différentielle linéaire à coefficient constant »